φ – Число Бога. Золотое сечение – формула мироздания

Автор:
Марио Ливио

? – Число Бога. Золотое сечение – формула мироздания

Марио Ливио

Невероятная Вселенная

Как только не называли это загадочное число, которое математики обозначают буквой ?: и золотым сечением, и числом Бога, и божественной пропорцией. Оно играет важнейшую роль и в геометрии живой природы, и в творениях человека, его закладывают в основу произведений живописи, скульптуры и архитектуры, мало того – ему посвящают приключенческие романы! Но заслуженна ли подобная слава? Что здесь правда, а что не совсем, какова история золотого сечения в науке и культуре и чем вызван такой интерес к простому геометрическому соотношению, решил выяснить известный американский астрофизик и популяризатор науки Марио Ливио. Уникальное расследование привело к неожиданным результатам…

Увлекательный сюжет и нетривиальная развязка, убедительная логика и независимость суждений, малоизвестные факты из истории науки и неожиданные сопоставления – вот что делает эту научно-популярную книгу настоящим детективом и несомненным бестселлером.

В формате a4.pdf сохранен издательский макет.

Марио Ливио

? – число Бога. Золотое сечение – формула мироздания

2-е издание

Права на перевод получены соглашением с Broadway Books (Crown Publishing Group, Random House LLC., A Penguin Random House Company) и литературным агентством «Синопсис».

Mario Livio THE GOLDEN RATIO:

The Story of PHI, the World's Most Astonishing Number

?

СЕКРЕТ ГАРМОНИИ ВО ВСЕМ

Являются ли некоторые числа более значимыми, чем другие? Конечно же, да! Если уж у простых людей, далеких от науки или мистики, есть свои любимые и нелюбимые числа, что же говорить про математиков и физиков? Число – такой же важный компонент культуры, как слово. Нет человека, которому бы ни о чем не говорили числа 7, 13 или 666. Но есть числа, которые влияют на нашу жизнь, даже если мы о них не знаем. Таково число фи, в котором кроется секрет гармонии во всем. Марио Ливио написал эту книгу, чтобы мы не были так слепы и не думали, что нумерология – это предрассудки.

Тимоти Хью, Коннектикут

ИЗ ЧЕГО СКЛАДЫВАЕТСЯ КРАСОТА

Книга Марио Ливио полна увлекательнейших цифровых трюков, но, чтобы понять их, вовсе не нужно иметь математический склад ума. Все мы сталкиваемся с тем, что называют красотой. Но кто скажет, из чего складывается красота? Почему нам так нравится смотреть на картины старых мастеров, любоваться спиральными галактиками или разглядывать сосновую шишку? В своей книге Ливио раскрывает секреты красоты и уводит читателя в увлекательный мир математики – науки, которая объясняет все.

Элис Хоул, Лос-Анджелес

ПОТРЯСАЮЩЕЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Я даю этой книге пять звезд из пяти! Эта книга – и для математиков, и для тех, кто не дружит с цифрами. Если вы любите науку, вас захватит потрясающее исследование, которое автор предпринимает в своем труде, если вы любитель беллетристики – эта книга станет для вас тем же, что и хороший детектив.

Рэндом Уэсли, Сан-Франциско

ФОРМУЛА ВСЕЛЕНСКОЙ ГАРМОНИИ

Марио Ливио написал прекрасную работу, в которой дается подробный исторический обзор того, как на протяжении веков люди старались открыть универсальную формулу вселенской гармонии. Оказалось, что все гораздо проще – все сводится к одному-единственному числу, известному как золотое сечение, или число Бога. Вы можете быть математиком или всего лишь человеком, которого чуть-чуть интересует мистика. Если вам интересен окружающий мир, книга приведет вас в восторг!

Кристофер Паркер, Кембридж

ХОРОШАЯ ЛИТЕРАТУРА

«Золотое сечение» – это настоящий шедевр талантливого автора. Я был впечатлен той четкой и захватывающей манерой, которая делает научный труд книгой не только для ума, но и для отдыха. В этой книге Марио Ливио одновременно отвечает на самые актуальные вопросы современной науки и рассказывает удивительную историю, увлечься которой способен каждый. Это хорошая литература во всех отношениях.

Мишель Тернер, Колд Спринг Харбор

Памяти моего отца Робина Ливио

Предисловие

«Золотое сечение» – это книга об одном-единственном числе, однако число это совершенно особое. Это число – 1,61803… – встречается и в лекциях по истории искусств, и в перечнях «любимых чисел», которые составляют математики. Не менее поразительно, что оно было предметом множества экспериментов по психологии.

Так называемое «золотое сечение» заинтересовало меня пятнадцать лет назад, когда я готовился к лекции об эстетике в физике (представьте себе, это отнюдь не оксюморон), и с тех пор оно не идет у меня из головы.

В создании этой книги прямо и косвенно поучаствовало столько моих коллег, друзей и учеников, что всех и не перечислишь. Здесь я хотел бы выразить особую благодарность Иву-Алену Буа, Митчу Фейгенбауму, Гиллелю Гаухману, Теду Хиллу, Рону Лифшицу, Роджеру Пенроузу, Джоанне Постма, Полу Стейнхардту, Пат Тиль, Анне ван дер Хельм, Дивакару Вишванату и Стивену Вольфраму – за бесценные сведения и крайне продуктивные споры.

Я благодарен своим коллегам Даниэле Кальцетти, Стефано Казертано и Массимо Стиавелли за помощь с переводами с латыни и итальянского, Клаусу Лейтререру и Эрмине Ландт за помощь с переводами с немецкого, а Патрику Годону – за помощь с переводами с французского. Сара Стивенс-Рейберн, Элизабет Фрэзер и Нэнси Хэнкс очень посодействовали мне во всем, что касалось лингвистики и библиографии. Особенно я благодарен Шэрон Тулан за содействие в подготовке рукописи.

Искренне благодарю своего литературного агента Сьюзен Рабинер за то, что она не давала мне опустить руки до начала и во время работы над книгой. Я в огромном долгу перед Джеральдом Ховардом, моим редактором из издательства «Doubleday Broadway», за то, что он так тщательно вычитывал рукопись и делал такие точные, глубокие замечания. Также я благодарен Ребекке Холланд, выпускающему редактору в «Doubleday Broadway», за постоянное содействие в то время, пока книга была в печати.

И, наконец, эта книга вообще была написана исключительно благодаря постоянной помощи, терпению и поддержке Софи Ливио.

Прелюдия к числу

Много есть чудес на свете.

Софокл (495–405 гг. до н. э.)

(Пер. С. Шервинского, Н. Познякова)

Знаменитый английский физик лорд Кельвин (Уильям Томпсон, 1824–1907), в честь которого назван градус абсолютной температурной шкалы, во время одной своей лекции сказал: «Если знание невозможно выразить численно, значит, оно поверхностно и недостаточно». Разумеется, Кельвин имел в виду то знание, которое необходимо для научного прогресса. Однако числа и математика удивительным образом предрасположены к тому, чтобы способствовать пониманию даже того, что крайне далеко от науки – или, по крайней мере, представляется таким на первый взгляд. В «Тайне Мари Роже» Эдгара Аллана По знаменитый детектив Огюст Дюпен замечает: «Мы превращаем случайность в предмет точных исчислений. Мы подчиняем непредвиденное и невообразимое научным математическим формулам» (пер. И. Гуровой). Можно пояснить это и на более простом примере. Представьте себе, что вы готовитесь к приему гостей и столкнулись со следующей задачей: у вас есть шоколадка, состоящая из двенадцати долек – сколько раз нужно ее разломить, чтобы разделить все части? Ответ куда проще, чем вы думали, и почти не требует вычислений. Каждый раз, когда вы ломаете шоколадку, у вас получается на один кусок больше, чем раньше. Следовательно, если вам нужно получить двенадцать кусков, придется ломать шоколадку одиннадцать раз (убедитесь сами). А если обобщить, то количество разломов всегда будет на один меньше, чем требуемое количество кусков, независимо от того, из скольких частей состоит шоколадка.

Даже если вы не слишком любите шоколад, то все равно понимаете, что этот пример демонстрирует простой математический закон, который можно применить и во многих других случаях. Однако математические свойства, формулы и законы (многие из которых не задерживаются у нас в памяти) – это далеко не все; существуют еще и особые числа, которые настолько вездесущи, что не устают нас изумлять. Самое прославленное из них – число ? (пи), отношение длины окружности к ее диаметру. Значение ? – 3,14159… – завораживало много поколений математиков. Хотя изначально число ? было определено в геометрии, оно очень часто и неожиданно всплывает при вычислении вероятности. Знаменитый пример – так называемая игла Бюффона, названная в честь французского математика Жоржа-Луи Леклерка, графа де Бюффона (1707–1788), который поставил и решил эту вероятностную задачу в 1777 году. Леклерк задал следующий вопрос: представьте себе, что у вас на полу лежит большой лист бумаги, разлинованный параллельными линиями через равные заданные промежутки. На лист совершенно случайным образом бросают иглу, длина которой в точности равна промежутку между линиями. Какова вероятность, что игла упадет так, что пересечет одну из линий (то есть как на рис. 1)? Как ни странно, ответ, оказывается, 2/?. То есть в принципе возможно даже вычислить ?, если повторить этот эксперимент много раз и понаблюдать, какая доля бросков заканчивается пересечением иглы с линией (правда, есть и другие методы вычисления ?, не такие скучные). Словосочетание «число ?» настолько вошло в обиходный лексикон, что кинорежиссер Даррен Аронофски в 1998 году даже снял психологический триллер под таким названием.

Менее знаменито другое число – ? (фи), а между тем, во многих отношениях оно даже интереснее. Вот, скажем, представьте себе, что я спрашиваю у вас, что общего у изумительного расположения лепестков алой розы, композиции знаменитой картины Сальвадора Дали «Тайная вечеря», чудесного рисунка спиральной раковины и статистики размножения кроликов? Трудно поверить, что у столь разнородных явлений действительно есть нечто общее – и это некое число или геометрическая пропорция, известная человечеству еще со времен античности, число, которому в XIX веке дали почетное называние «золотое число» или «золотое сечение». А в начале XVI века в Италии вышла книга, в которой это число называлось «Божественной пропорцией» – не более и не менее.

В повседневной жизни мы применяем слово «пропорция» для обозначения соотношения между частями целого по размеру или количеству – или когда хотим подчеркнуть гармоничные отношения между разными частями. В математике термин «пропорция» применяется для описания равенства следующего типа: девять относится к трем, как шесть к двум. Как мы увидим, золотое сечение дарит нам чарующее сочетание этих определений: хотя определяется оно строго математически, однако считается, что оно обладает свойствами, обеспечивающими приятную гармонию.

Рис. 1

Первое четкое определение соотношения, которое впоследствии станет известно как золотое сечение, дал примерно в 300 году до н. э. Евклид Александрийский, основатель геометрии как формальной дедуктивной системы. К Евклиду и его фантастическим достижениям мы еще вернемся в главе 4, а пока позвольте отметить, что Евклид вызывает столь сильное восхищение, что поэтесса Эдна Сент-Винсент Миллей в 1923 году даже посвятила ему стихотворение под названием «На обнаженность красоты Евклид взглянул» (пер. Л. Мальцевой). Эдна даже сохранила свою школьную тетрадь по евклидовой геометрии. Евклид определил пропорцию, выведенную из простого деления линии (отрезка), по его выражению, «в крайнем и среднем отношении»: «Прямая линия называется рассеченною в крайнем и среднем отношении, когда как целая прямая к большему отрезку, так больший к меньшему» (пер. Ф. Петрушевского) (рис. 2).

Иначе говоря, если мы посмотрим на рис. 2, то увидим, что отрезок AB определенно длиннее отрезка AC, в то же время AC длиннее CB. Если отношение длины AC к длине CB такое же, как отношение длины AB к длине AC, значит, отрезок поделен «в крайнем и среднем отношении» – или в золотом сечении.

Рис. 2

Кто бы мог подумать, что такое на первый взгляд невинное разделение отрезка, которое Евклид определил в чисто геометрических целях, окажет влияние на самые разные разделы знания – от положения листьев в ботанике до структуры галактик, состоящих из миллиардов звезд, от математики до искусства? Следовательно, золотое сечение – прекрасный пример того самого крайнего изумления и восторга, которые так высоко ценил великий физик Альберт Эйнштейн (1879–1955). Вот как он об этом писал: «Самое прекрасное, что только может выпасть нам на долю, – это тайна. Стремление разгадать ее стоит у колыбели подлинного искусства и подлинной науки. Тот, кто не знает этого чувства, утратил любопытство, не способен больше удивляться, – все равно что мертвый, все равно что задутая свеча».

Как мы еще увидим, когда проследим на страницах этой книги все необходимые вычисления, точное значение золотого сечения (то есть отношение AC к CB на рис. 2) – бесконечное непериодическое число 1,6180339887…, а такие бесконечные неповторяющиеся числа интересовали людей со времен античности. Рассказывают, что когда греческий математик Гиппас из Метапонта в V веке до н. э. обнаружил, что золотое сечение – это и не целое число (подобное нашим добрым знакомым 1, 2, 5 и т. д.), и даже не отношение двух целых чисел (подобное дробям вроде 1/2, 2/3, 3/4, которые в совокупности называются рациональными числами), это привело остальных пифагорейцев – то есть последователей знаменитого математика Пифагора – в полнейшее смятение. Предметом поклонения для пифагорейского мировоззрения (о котором мы подробно поговорим в главе 2) был arithmos – то есть имманентные качества целых чисел и их отношений и их предполагаемая роль в мироздании. А открытие, что существуют числа вроде золотого сечения, которые все тянутся и тянутся вечно и при этом в них нет никаких следов повторяемости, никакой закономерности, вызвало самый настоящий философский кризис. Легенда даже утверждает, будто пифагорейцы, совершенно потрясенные этим открытием колоссальной важности, устроили гекатомбу – пожертвовали сто быков, – хотя это вряд ли, учитывая, что пифагорейцы были строгими вегетарианцами. Тут я вынужден подчеркнуть, что большинство подобных историй основаны на недостоверном историческом материале. Так или иначе, мы даже приблизительно не знаем, когда именно были открыты числа, которые не являются ни целыми, ни дробями – так называемые иррациональные числа. Однако некоторые ученые датируют это открытие V веком до н. э., что, по крайней мере, соответствует только что рассказанным легендам. Очевидно одно: пифагорейцы в общем и целом считали, что существование подобных чисел так ужасно, что это, должно быть, своего рода ошибка мироздания, которую надо замолчать и держать в тайне.

Тот факт, что золотое сечение невозможно выразить в виде дроби (как рациональное число), попросту означает, что нельзя выразить в виде дроби соотношение длин АС и СВ на рис. 2. Иначе говоря, как бы мы ни трудились, мы не найдем единицы измерения, которая, скажем, укладывалась бы 51 раз в АС и 19 раз в СВ. Две длины, у которых нет подобной единицы измерения, называются несоизмеримыми. В своем труде «Жизнь Пифагора» (ок. 300 г. н. э.) философ и историк Ямвлих из аристократического сирийского семейства так описывает бурную реакцию на это открытие: будто бы тот, кто открыл эту тайну непосвященным, «вызвал, как говорят, такую ненависть, что его не только изгнали из общины и отлучили от пифагорейского образа жизни, но и соорудили ему надгробие, как будто действительно ушел из жизни тот, кто некогда был их товарищем» (пер. И. Ю. Мельниковой).

В профессиональной математической литературе золотое сечение принято обозначать греческой буквой ? (тау) – от греческого слова ???? (читается «томэ»), которое означает «сечение» или «разрез». Однако в начале XX века американский математик Марк Барр предложил обозначать золотое сечение буквой ? – по первой букве имени великого древнегреческого скульптора Фидия, жившего примерно в 490–430 гг. до н. э. Величайшие шедевры Фидия – Афина Партенос в Афинах и Зевс в Олимпии. Кроме того, полагают, что он отвечал и за другие скульптуры в Парфеноне, хотя весьма вероятно, что их создали его ученики и помощники. Барр решил, что надо почтить память скульптора, поскольку многие искусствоведы полагают, что Фидий часто и весьма точно применял золотое сечение в своих творениях (эту и подобные гипотезы мы очень дотошно разберем в нашей книге). Я буду называть его и золотым сечением, и числом ?, поскольку именно такие обозначения чаще всего встречаются в популярной математической литературе.

Величайшие математические умы в истории – и древнегреческие мудрецы Пифагор и Евклид, и средневековый итальянский ученый Леонардо Пизанский по прозвищу Фибоначчи, и астроном эпохи Возрождения Иоганн Кеплер, и современные научные светила, например, физик из Оксфорда Роджер Пенроуз, немало часов провели в размышлениях над этим простым соотношением и его свойствами. Однако золотое сечение чарует отнюдь не только математиков. Биологи, художники, историки, музыканты, архитекторы, психологи и даже мистики – все они размышляли над тем, почему это число столь вездесуще и в чем его притягательность. По сути дела, можно, пожалуй, сказать, что золотое сечение вдохновляло мыслителей из всех отраслей знания – и в этом с ним не в силах сравниться никакое другое число в истории математики.

Даже простому вопросу о происхождении названия «золотое сечение» посвящено огромное количество исследований, а особенно глубоко этим интересовался канадский математик и писатель Роджер Герц-Фишлер, о чем и рассказано в его превосходной книге «A Mathematical History of the Golden Number» («Математическая история золотого сечения»). Учитывая, какой пристальный интерес вызывало это число еще со времен античности, можно было бы подумать, что и название это античного происхождения. И в самом деле, некоторые авторитетные труды по истории математики, например, «Рождение математики во времена Платона» Франсуа Ласерре (Fran?ois Lasserre. «The Birth of Mathematics in the Age of Plato») и «История математики» Карла Б. Бойера (Carl B. Boyer. «History of Mathematics»), возводят это название, соответственно, к XVI и XVII векам. Однако дело, скорее всего, не в этом. Насколько я могу судить по обширным источниковедческим данным, впервые это словосочетание применил в 1835 году немецкий математик Мартин Ом (брат знаменитого физика Георга Симона Ома, в честь которого назван закон Ома в электромагнетизме) во втором издании своей книги «Чистая элементарная математика» (Martin Ohm. «Die Reine Elementar-Mathematik»). В одной сноске Ом пишет: «Подобное разделение произвольного отрезка на две части принято также называть золотым сечением». Формулировка Ома однако создает впечатление, что он не сам придумал этот термин, а скорее привел уже принятое название. Тем не менее, в первом издании книги, опубликованном в 1826 году, Ом этого названия не приводит, а это заставляет сделать по крайней мере тот вывод, что выражение «золотое сечение» (нем. «der Goldene Schnitt») завоевало популярность лишь к 1835 году. Вероятно, ранее это было лишь разговорное выражение, применявшееся преимущественно в математических кругах. Однако нет никаких сомнений, что после книги Ома термин «золотое сечение» стал часто повторяться в немецкой литературе по математике и искусствоведению. А в англоязычной печати это выражение, по всей видимости, дебютировало в статье Джеймса Салли (James Sully) по эстетике, которая появилась в девятом издании Британской энциклопедии в 1875 году. Салли описывает «интересное экспериментальное исследование… проведенное Густавом Теодором Фехнером (известным немецким физиком и первопроходцем в области психологии, жившим в XIX веке) о том, что «золотое сечение» первоначально было именно зримой пропорцией» (об экспериментах Фехнера мы подробно поговорим в главе 7). В математическом контексте этот термин впервые встретился в англоязычной литературе, по всей видимости, в статье Э. Эккерманна, которая так и называлась «Золотое сечение» (E. Ackermann. «The Golden Section») и была напечатана в журнале «American Mathematical Monthly» в 1895 году, а также – примерно в это же время, в 1898 году – в книге «Введение в алгебру» известного преподавателя и писателя Дж. Кристала (1851–1911). Позвольте мне отметить любопытства ради, что единственное определение «золотого числа», появившееся в издании французской энциклопедии «Nouveau Larousse Illustre» 1900 года, гласит: «Число, определяющее каждый год лунного цикла». Это относится к положению календарного года в пределах 19-летнего цикла, после которого фазы луны снова приходятся на те же даты. Очевидно, во французскую математическую номенклатуру «золотое число» и тем более «золотое сечение» проникало гораздо дольше.

Однако почему это вообще так важно? Из-за чего, собственно, это число или геометрическая пропорция так сильно нас интересуют? Привлекательность золотого сечения в первую очередь коренится в том факте, что оно обладает прямо-таки пугающим свойством вылезать там, где его никак не ожидаешь.

Возьмем, к примеру, самое обычное яблоко – фрукт, который часто и, вероятно, ошибочно ассоциируется с древом познания, играющим столь заметную роль в библейском рассказе о грехопадении – и разрежем его поперек. И мы увидим, что яблочные семечки образуют пятиконечную звезду – она же пентаграмма (рис. 3). Каждый из пяти равнобедренных треугольников, составляющих лучи пентаграммы, обладает таким свойством, что соотношение длины его длинной стороны к короткой, то есть к основанию, равно золотому сечению – 1,618… Правда, вы, вероятно, решите, что это не так уж и удивительно. В конце концов, золотое сечение и определяется в первую очередь как геометрическая пропорция, так что, вероятно, не надо так уж поражаться, если эта пропорция встречается в некоторых геометрических фигурах.

Рис. 3

Однако это лишь верхушка айсберга. Согласно буддистской традиции, Будда во время одной своей проповеди не проронил ни слова, а всего-навсего показал слушателям цветок. Чему может научить нас цветок? Скажем, роза часто служит примером природной симметрии, гармонии, любви и хрупкости. Индийский поэт Рабиндранат Тагор (1861–1941) в своей «Религии человека» пишет: «Нам почему-то кажется, что роза – это язык, который нашла любовь, чтобы достичь наших сердец». Предположим, вам нужно качественно оценить симметричное устройство розы. Возьмите розу и препарируйте ее, чтобы разобраться, каким образом ее внешние лепестки накладываются на внутренние. Как я показываю в главе 5, вы обнаружите, что лепестки расположены в соответствии с математическим законом, основанном на золотом сечении.

Теперь обратимся к царству животных: все мы хорошо знакомы с чарующе прекрасными спиральными структурами многих раковин моллюсков, например, вида Nautilus pompilius (рис. 4). Между прочим, такую раковину держит в руке танцующий Шива из индийских легенд – это символ одного из орудий творения. Кроме того, структура этих раковин вдохновляла и многих зодчих. Например, американский архитектор Фрэнк Ллойд Райт (1869–1959) положил эту структуру в основу здания музея Гуггенхайма в Нью-Йорке. Попав в музей, посетители поднимаются по спиральному пандусу, насыщая воображение созерцанием произведений искусства – точно так же, как моллюск выстраивает новые спиральные камеры, заполняя свое физическое пространство. В главе 5 мы увидим, что рост спиральных раковин также подчиняется правилу, основанному на золотом сечении.

Рис. 4

Рис. 5

Пожалуй, не нужно быть особым поклонником нумерологии – мистики чисел, чтобы уже сейчас почувствовать некоторый душевный трепет: столь поразительна способность золотого сечения проявляться в самых разных ситуациях, в самых разных феноменах, казалось бы, совершенно не связанных друг с другом. Более того, как я уже отметил в начале главы, золотое сечение обнаруживается не только в природных явлениях, но и в самых разных рукотворных предметах и произведениях искусства. Например, на рис. 5 мы видим картину Сальвадора Дали «Тайная вечеря», написанную в 1955 году (она хранится в Национальной галерее в Вашингтоне): соотношение сторон этой картины – ее размеры 167 на 268 см – приблизительно равно золотому сечению. Более того, над столом, словно охватывая композицию, парит фрагмент огромного додекаэдра – правильного двенадцатигранника, каждая грань которого представляет собой правильный пятиугольник. Как мы увидим в главе 4, правильные многогранники, например, куб, которые можно вписать в сферу (т. е. сделать так, чтобы все их углы лежали на сфере), а особенно додекаэдр, тесно связаны с золотым сечением. Почему Дали решил так явно подчеркнуть золотое сечение в своей картине? Художник отмечал, что «Композиция Тайной Вечери должна быть симметричной» – но это лишь начало ответа на наш вопрос. Как я показываю в главе 7, золотое сечение появляется – или по крайней мере, должно появляться по замыслу создателя – в работах многих других художников, архитекторов, дизайнеров и даже в знаменитых музыкальных произведениях. Говоря обобщенно, золотое сечение применяется в некоторых произведениях искусства с целью достичь определенного зрительного или слухового эффекта. Подобный эффект вызывается, в частности, особым соотношением размеров отдельных частей и целого, особыми пропорциями. История искусств показывает, что в результате долгих поисков неуловимого канона «совершенных» пропорций – такого, чтобы любое произведение искусства при его применении автоматически становилось эстетичным и приятным – выяснилось, что этим требованиям лучше всего удовлетворяет именно золотое сечение. Но почему?

Если подробнее рассмотреть примеры из мира природы и из мира искусства, окажется, что они заставляют задаваться вопросами на трех уровнях глубины. Прежде всего, это непосредственные вопросы: (а) все ли случаи появления числа ? в природе и искусстве, описанные в литературе, действительно имеют место или некоторые из них – всего лишь результаты неверных интерпретаций и всякого рода натяжек? (б) Если число ? и правда появляется в этих и других обстоятельствах, можем ли мы как-то это объяснить? Далее, если учесть, что мы придерживаемся определения «красоты», подобного, скажем, тому, которое дано в словаре Уэбстера: «Качество, которое делает объект приятным или приносит определенное удовлетворение» – возникает вопрос: есть ли у математики эстетическая составляющая? Если да, какова сущность этой составляющей? Это серьезный вопрос, поскольку, как заметил однажды американский архитектор, математик и инженер Ричард Бакминстер Фуллер (l895–l983): «Когда я работаю над какой-то задачей, то никогда не думаю о красоте. Думаю я только о том, как решить эту задачу. Но если я решу ее и решение окажется некрасивым, я буду знать, что ошибся». И, наконец, самый интересный вопрос звучит так: почему, собственно, математика столь могущественна и столь вездесуща? Благодаря чему математика и численные константы вроде золотого сечения играют столь важную роль во всем на свете – от фундаментальных теорий происхождения Вселенной до рынка ценных бумаг? Существует ли математика и ее принципы независимо от людей, которые ее открыли или обнаружили? Математична ли Вселенная по своей природе? Последний вопрос можно задать, переформулировав известный афоризм английского физика сэра Джеймса Джинса (1847–1946): может быть, и сам Бог – математик?

В этой книге я постараюсь обсудить все эти вопросы более или менее подробно с точки зрения увлекательной истории числа ?. История этой константы, временами запутанная, насчитывает тысячелетия и разворачивается на всех материках. Но при этом я надеюсь рассказать вам еще и интересную историю о человеческой психологии. Наш сюжет отчасти повествует о тех временах, когда физиками и математиками называли себя люди, которых попросту интересовали различные вопросы, разжигавшие в них любознательность. Зачастую подобные люди трудились и умирали, не зная, удастся ли результатам их трудов изменить ход научной мысли или они просто канут в Лету, не оставив и следа.

Однако прежде чем пуститься в этот путь, нам придется поближе познакомиться с числами вообще и с золотым сечением в частности. Откуда, в сущности, появилась сама идея золотого сечения? Что именно заставило Евклида задуматься о том, чтобы разделить отрезок именно в таком соотношении? Моя цель – помочь вам заглянуть в подлинные истоки, так сказать, «золотого исчисления». Для этого мы и предпримем краткую ознакомительную экскурсию во времена зарождения математики.

Гаммы и пентаграммы

В той мере, в какой математические законы относятся к реальности, они не слишком точны, а там, где они точны, они не относятся к реальности.

Альберт Эйнштейн (1879–1955)

Мне видится во Вселенной определенный порядок, и единственный способ сделать его зримым – это математика.

Мэй Сартон (1912–1995)

Когда именно человек начал считать – то есть измерять множество количественным способом – никто не знает. По сути дела, мы даже не знаем, что было раньше – количественные числительные (один, два, три) или порядковые (первый, второй, третий). Количественные числительные показывают просто множественность набора предметов – например, количество учеников в классе. А порядковые числительные, напротив, показывают порядок, последовательность конкретных элементов группы, например, дату – число в месяце – или номер места в определенном ряду в концертном зале. Изначально считалось, что счет возник именно для того, чтобы решать какие-то мелкие повседневные задачи, а из этого, конечно, следует, что первыми возникли количественные числительные. Однако некоторые антропологи полагают, что изначально числа возникли на исторической сцене в рамках каких-то ритуалов, во время которых те или иные действующие лица должны были появляться в определенном порядке, последовательно. Если это так, то, согласно этой концепции, понятие о порядковых числительных появилось раньше, чем о количественных.

Очевидно, чтобы перейти от простого пересчета предметов к подлинному осознанию чисел как абстрактных понятий, потребовался куда более значительный интеллектуальный скачок. Таким образом, поначалу число, вероятно, относилось в основном к контрасту, противопоставлению, причем в ситуациях, имеющих отношение, вероятно, к жизни и смерти (сколько там волков – один или целая стая?), а подлинное понимание того, что две руки и два дня – это выражения одного и того же числа «два», вероятно, пришло лишь спустя многие столетия. Для этого нужно было пройти этап распознавания не только контрастов, но и общих черт, соответствий. Во многих языках сохранились явные следы того, что первоначально простой акт подсчета количества не соотносился с абстрактными представлениями о числе. Например, на островах Фиджи десять кокосовых орехов называются «коро», а десять лодок – «боло». Подобным же образом у народности тауаде, живущей в Новой Гвинее, пары мужского пола, женского пола и смешанные обозначаются разными словами. Да и мы с вами зачастую обозначаем множества различных предметов разными словами: например, мы говорим «табун лошадей», но никогда не скажем «табун собак».

Конечно, абстрактному пониманию числа «два» во многом поспособствовал тот факт, что у людей столько же рук, сколько ног, глаз и грудей. Но и здесь, скорее всего, ушло довольно много времени, чтобы научиться ассоциировать это число с предметами неодинаковыми – например, с двумя основными светилами, солнцем и луной. Нет никаких сомнений, что первоначально люди научились различать один и два, а затем – два и «много». Этот вывод делается на основании результатов исследований, проведенных в XIX веке среди племен, относительно незнакомых с европейской цивилизацией, а также лингвистических различий в терминах, обозначающих различные числа и в древних, и в современных языках.

Три – это уже много

Первые свидетельства того, что числа больше двух когда-то объединялись в понятие «много», мы находим в истории пятитысячелетней давности. В шумерском языке, на котором говорили в Междуречье, числительное «три» –

«эш» – служило также обозначением множественности как таковой (как суффикс -s в английском языке). Подобным же образом этнографические исследования населения островов Торресова пролива между Австралией и Папуа – Новой Гвинеей, проведенные в 1890 году, показали, что местные жители пользовались так называемой «системой счета через “два”». Слово «урапун» означало у них «один», «окоса» – «два», а дальше шли различные их сочетания: «окоса-урапун» – «три», «окоса-окоса» – четыре. Для чисел больше четырех островитяне применяли слово «рас» – «много». Почти такие же системы номенклатуры обнаружены и у других туземных племен от Бразилии (ботокудо) до Южной Африки (зулусы). Например, австралийское племя аранда словом «нинта» называло «один», «тара» – «два», а дальше шли «тара-ми-нинта» – «три», «тара-ма-тара» – «четыре», а все остальные числа назывались просто «много». Среди этих племен был также распространен обычай считать предметы не по отдельности, а парами.

Возникает интересный вопрос: почему языки, где приняты подобные системы счета, доходят именно до «четырех» и затем останавливаются (несмотря на то, что они уже выражают «три» и «четыре» через «один» и «два»)? Одно из объяснений состоит в том, что на руках у нас по четыре пальца, находящихся в похожем положении. Другое, более тонкое объяснение гласит, что ответ таится в физиологической ограниченности визуального восприятия человека. Согласно нескольким исследованиям, мы способны охватить одним взглядом – без подсчета – самое большее четыре-пять предметов. Может быть, вы помните, что в фильме «Человек дождя» Дастин Хоффман играет аутиста с необычайно развитой наблюдательностью и памятью на числа (на самом деле подобные способности в реальной жизни встречаются лишь в единичных случаях). В одном эпизоде по полу рассыпаются все зубочистки из коробочки, кроме четырех, и герой Хоффмана с первого взгляда подсчитывает, что на полу их 246. Конечно, рядовому человеку такой фокус не по силам. Это подтвердит всякий, кто когда-либо подсчитывал результаты голосования вручную. Обычный прием при этом – отмечать голоса пятерками, причем первые четыре обозначаются прямыми черточками, а пятый – черточкой поперек первых. Это придумали именно потому, что человеку трудно одним взглядом охватить больше четырех черточек. Подобную систему изобрели в английских пабах, где бармену приходилось подсчитывать количество кружек пива, и там она называется «ворота из пяти перекладин». Любопытно, что эксперимент, описанный историком математики Тобиасом Данцигом (1884–1956) в 1930 году в чудесной книге «Число, язык науки» (Tobias Dantzig, «Number, the Language of Science») показывает, что распознавать и различать до четырех предметов способны также некоторые птицы. Вот что рассказывает Данциг:

Один помещик решил пристрелить ворону, которая свила гнездо на смотровой башне его поместья. Он несколько раз пытался застать птицу врасплох, но безуспешно: при приближении человека ворона улетала из гнезда. А затем устраивалась на дереве вдали и выжидала, когда человек покинет башню, после чего возвращалась в гнездо. Однажды помещик придумал уловку: два человека вошли в башню, один остался внутри, а другой вышел наружу и удалился. Однако обмануть птицу не удалось: она держалась в отдалении, пока не вышел тот, кто оставался в башне. В последующие дни опыт повторили с участием двух, трех, а потом и четырех человек – но безуспешно. Наконец были отправлены пять человек; как и прежде, в башню вошли все, один остался внутри, а остальные вышли и удалились. Тут-то ворона и сбилась со счета. Она не смогла отличить пять от четырех и быстро вернулась в гнездо.

Есть много и других свидетельств в пользу гипотезы, что первоначальные системы счета создавались согласно концепции «один, два, много». Это следует из лингвистических различий в образовании множественного числа и дробей. Скажем, в иврите есть особая форма множественного числа для пар одинаковых предметов (например, рук и ног) и особые слова для предметов, у которых есть две одинаковые части (то есть для брюк, очков, ножниц), отличающиеся от обычного множественного числа. Обычно существительные во множественном числе оканчиваются на «им» в мужском роде и на «от» в женском, однако множественное число для глаз, грудей и т. п. и для предметов, у которых есть две одинаковые части, кончается на «аим». Подобные формы есть и в финском и когда-то, в Средние века, были в чешском. Но главное не это: переход к дробям, который, конечно, требует более основательного знакомства с числами, характеризуется явными лингвистическими отличиями в названиях всех дробей, кроме половины. В индоевропейских языках и даже в некоторых неиндоевропейских, например, в иврите и венгерском, названия трети, пятой части и т. д. в целом образуются от соответствующих числительных – три, пять и т. д. Например, «три» на иврите – «шалош», а «одна треть» – «шлиш». По-венгерски «три» – «харом», а «одна треть» – «хармад». А вот слово «половина» и в этих языках никак не связана с числительным «два». Скажем, по-румынски «два» – «дой», а «половина» – «юмате», на иврите «два» – «штаим», а «половина» – «хеци», по-венгерски «два» – «кеттё», а «половина» – «фел». Из этого можно сделать вывод, что хотя человечество довольно рано поняло, что такое 1/2 как число, однако представление о том, что другие дроби как-то связаны с целыми числами («одна какая-то»), вероятно, возникло лишь после того, как был перейден барьер «три – это уже много».

Как подсчитать бесчисленные пальцы

Еще до того как системы счета оказались в полной мере развиты, человеку надо было иметь возможность как-то записывать определенные количества предметов. Древнейшие археологические находки, которые, как полагают, так или иначе связаны со счетом, – это кости с нанесенными через равные интервалы насечками. Самая древняя находка, датируемая примерно 35 000 лет до н. э., – бедренная кость бабуина, обнаруженная в пещере в горах Лебомбо в Африке. На этой кости нанесено двадцать девять насечек. Другая подобная «бухгалтерская» находка – волчья кость с пятьюдесятью пятью насечками (объединенными в две группы – двадцать пять и тридцать, – причем первая разбита еще и на подгруппы по пять), – обнаружена археологом Карелом Абсолоном в 1937 году на стоянке в Долне Вестонице в Чехословакии; ее относят к ориньякской культуре (около 30 000 лет назад). Группировка насечек по пять в особенности говорит в пользу концепции основания системы счисления, о чем я еще упомяну. Точное предназначение этих насечек нам неизвестно, однако, возможно, это учет охотничьей добычи. Группировка, вероятно, помогала охотнику вести счет, не подсчитывая каждый раз все насечки. Подобные размеченные кости были найдены и во Франции, и в пещере Пекарна в Чехии – они относятся к мадленской культуре (около 15 000 лет назад).

Большой интерес ученых вызвала так называемая кость Ишанго, обнаруженная в 1950 году археологом Жаном де Хайнзелином де Брокуром на стоянке Ишанго близ границы между Угандой и Заиром (рис. 6). Это костяная рукоять какого-то орудия, датируемая примерно 9000 г. до н. э., с тремя рядами насечек, организованных в следующие группы: (i) 9, 19, 21, 11; (ii) 19, 17, 13, 11; (iii) 7, 5, 5, 10, 8, 4, 6, 3. Сумма чисел в первых двух рядах – по 60 в каждом, что натолкнуло некоторых ученых на мысль, что они, вероятно, отражают запись фаз Луны в двух лунных месяцах (если предположить, что некоторые насечки из третьего ряда, где сумма составляет всего 48, стерлись). Были предложены и другие, более хитроумные и куда менее правдоподобные толкования. Например, де Хайнзелин, исходя из того, что второй ряд состоит из простых чисел, следующих подряд (то есть чисел, которые делятся только на 1 и сами на себя), а первый ряд – из чисел, которые на единицу отличаются от 10 или 20, предположил, что у жителей Ишанго были какие-то рудиментарные познания в арифметике и что они даже знали о простых числах. Нет нужды говорить, что многим исследователям подобная интерпретация кажется несколько смелой.

Рис. 6

Другую интересную систему записи чисел подарил нам Ближний Восток; она восходит к периоду от девятого до второго тысячелетия до н. э. В самых разных местах, от Анатолии на севере до Судана на юге, археологи находили множество маленьких, похожих на игрушки глиняных предметов разной формы. Это были диски, цилиндры, конусы, пирамидки, зверюшки и т. п. Археолог Дениза Шмандт-Бессера из Техасского университета в Остине изучала эти предметы в конце 1970 годов и выдвинула интереснейшую теорию: она убеждена, что эти глиняные предметы служили при торговле жетонами-пиктограммами и символизировали разные типы подсчитываемых предметов. Скажем, глиняный шарик, вероятно, обозначал какое-то количество зерна, один цилиндр – одну голову скота и т. д. Таким образом, доисторические ближневосточные торговцы могли, согласно гипотезе Шмандт-Бессера, вести учет своего бизнеса, выкладывая в ряды жетоны, соответствующие разным типам товаров, участвующих в торговле.

Какими бы символами ни передавали различные числа – насечками на кости, глиняными фигурками, узелками на бечевке (этой системой пользовались инки, она называлась «кипу») или просто на пальцах, – в какой-то момент в истории человечеству пришлось решать задачу, как передавать большие числа и манипулировать ими. Символические системы, у которых для каждого числа было свое название или свой обозначающий предмет, были обречены на вымирание по сугубо практическим причинам. Нужно было разработать и принять минимальный набор символов, при помощи которых можно было охарактеризовать любое число – точно так же, как буквы в алфавите в некотором смысле можно назвать минимальным набором символов, при помощи которых можно выразить весь наш лексикон, все письменные знания. Эта необходимость подвела нас к концепции основания системы счисления – идее, что числа можно организовывать иерархически, в соответствии с определенными порядками. Наша система счисления основана на 10, и мы в повседневной жизни настолько к этому привыкли, что нам трудно представить себе, как можно выбрать другое основание.

Почему у нас именно десятичная система счисления, объясняется довольно просто – что вовсе не означает, что на ее развитие не понадобилось много времени. Мы группируем состав числа таким образом, что десять единиц на каждом иерархическом уровне составляют одну единицу уровнем выше. То есть 10 раз по единице – это 1 десяток, 10 десятков составляют 1 сотню, 10 сотен – 1 тысячу и т. д. Собственно имена числительные и расположение цифр также отражают иерархическую группировку. Когда мы записываем, например, число 555, то повторяем одну и ту же цифру три раза, однако каждый раз ее значение меняется. Первая цифра справа обозначает 5 единиц, вторая – 5 десятков или 5 раз по 10, третья – 5 сотен, то есть 5 раз по 10 десятков (или 5?10

). Это важнейшее правило позиции, позиционную нумерацию, придумали вавилоняне (их система счисления имела основание 60, то есть была шестидесятеричной, о чем мы поговорим чуть дальше) примерно во втором тысячелетии до н. э., а затем в течение примерно 2500 лет ее независимо открыли китайцы, майя в Центральной Америке и индийцы.

Из всех индоевропейских языков самые ранние дошедшие до нас тексты написаны на санскрите – языке, зародившемся на севере Индии. В частности, четыре древних священных писания индуизма, в названии которых есть санскритское слово «веда» – «знание» – датируются V в. до н. э. Все числа от 1 до 10 на санскрите называются разными, неродственными словами: эка, два, три, чатвар, панча, шаш, сапта, ашта, нава, даша. Все числа от 11 до 19 представляют собой просто сочетание количества единиц и слова «десять». То есть 15 – это «панча-даша», 19 – «нава-даша» и т. д. Подобные числительные имеются, скажем, в английском, где все числа от 13 до 19 кончаются на -teen. Если вам вдруг станет интересно, откуда в английском языке взялись «eleven» и «twelve» («одиннадцать» и «двенадцать»), поясню: «eleven» произошло от «an» («один») и «lif» («осталось» или «остаток», то есть «один остался»), а «twelve» – от «two» («два») и «lif» (то есть «два осталось»). То есть эти числительные означают, что после десяти осталось еще один или два. Названия десятков в английском и санскрите также образуются одинаково – при помощи числа и слова «десять» во множественном числе («twenty», «thirty» и пр.): скажем, 60 на санскрите – «шашти»; более того, все индоевропейские языки образуют числительные очень похожими способами. Так что все, кто говорит на этих языках, очевидно, усвоили одну и ту же систему счисления –

десятичную.

Почти не приходится сомневаться, что практически всемирная популярность десятичной системы счисления объясняется всего-навсего тем обстоятельством, что у нас десять пальцев – так уж захотела природа. Гипотезу эту впервые выдвинул греческий философ Аристотель (384–322 до н. э.), когда в своем сочинении «Проблемы» задался вопросом: «Почему все люди, и варвары, и греки, считают до десяти, а не до какого-нибудь другого числа?» На самом деле основание 10 ничем не лучше, скажем, основания 13. Можно даже теоретически поспорить, что раз 13 – простое число, то есть делится только само на себя и на единицу, в качестве основания системы счисления оно даже удачнее 10, поскольку в такой системе счисления большинство дробей окажутся несократимыми. Например, в десятичной системе счисления число 36/100 можно записать также как 18/50 или 9/25, в системе счисления вроде тринадцатеричной подобная неоднозначность записи исключена. Однако десятичная система одержала верх, потому что у каждого человека перед глазами было десять пальцев, и пользоваться ими было просто. В некоторых малайско-полинезийских языках слово «ладонь» – «лима» – означает и «пять». Означает ли это, что десятичную систему счисления приняли все известные цивилизации? Нет.

Среди прочих оснований систем счисления, которые применяли некоторые народы по всему миру, самым популярным оказалось 20 (двадцатеричная система счисления). В этой системе, которая когда-то была распространена на больших территориях Западной Европы, разряды формируются не на основе 10, а на основе 20. Очевидно, что для расширения базы к пальцам на руках присовокупили и пальцы на ногах. Например, у эскимосов «двадцать» обозначается выражением «теперь человек цельный». Во многих современных языках следы двадцатеричной системы счисления еще сохраняются. Например, по-французски «восемьдесят» будет «quatre-vingts» («четыре двадцатки») и когда-то существовала и архаическая форма «six-vingts» («шесть двадцаток»). А еще более яркий пример – название больницы в Париже, основанной в XIII веке: она до сих пор называется «L’?pital de Quinze-Vingts» – «Больница пятнадцати двадцаток» – поскольку первоначально была рассчитана на 300 коек для слепых ветеранов. Подобным же образом по-ирландски «сорок» – «daichead» от «da ?che» («дважды двадцать»), по-датски слова «шестьдесят» и «восемьдесят» («tresindstyve» и «?rsindstyve» соответственно, сокращенно «tres» и «?rs») буквально означают «три двадцатки» и «четыре двадцатки».

Однако самая удивительная система счисления в древности, а может быть, и за всю историю человечества – это шестидесятеричная система. Этой системой пользовались шумеры, жители Междуречья, и хотя корнями она восходит к четвертому тысячелетию до н. э., следы ее заметны и в наши дни: мы измеряем время в часах, минутах и секундах и делим окружность на 360 градусов (60 ? 6), а каждый градус подразделяем на минуты и секунды. Шестьдесят как основание системы счисления требует отличной памяти, поскольку подобная система, в принципе, предполагает индивидуальные названия и символы для всех чисел от 1 до 60. Шумеры понимали, что это трудно, и прибегли к некоторой уловке, чтобы числа было легче запоминать: ввели 10 как промежуточную ступень. Введение 10 позволило им ограничиться отдельными словами только для чисел от 1 до 10, а десятки от 10 до 60 передавались словосочетаниями. Скажем, шумерское слово «сорок» – «нимин» – это сочетание слова «двадцать», «ниш», и слова «два», «мин». Число 555 в шестидесятеричной системе счисления, то есть 5 ? (60)

+ 5 ? (60) + 5, в нашей, десятеричной системе счисления будет означать 18 305.

По поводу того, какая логика обстоятельств вынудила шумерцев выбрать столь необычное основание для своей системы счисления, выстроено много гипотез. Некоторые из них опираются на особые математические свойства числа 60: это первое число, которое делится на 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Другие гипотезы пытаются связать 60, например, с количеством месяцев и дней в году (округлив число дней до 360) в каком-то сочетании с числами 5 и 6. Совсем недавно учитель математики и писатель из Франции Жорж Ифра в своей замечательной книге «Всеобщая история чисел» (Georges Ifrah. A Universal History of Numbers) заметил, что выбор числа 60 мог быть следствием смешения двух народов-иммигрантов, один из которых пользовался пятеричной, а другой – двенадцатеричной системой счисления. Очевидно, что основание 5 происходит от количества пальцев на одной руке, и следы подобной системы еще видны в некоторых языках, например, у кхмеров, жителей Камбоджи, а еще заметнее – в мертвом языке саравека, на котором говорил южно-американский народ сараве. Основание 12, множество следов которого заметны даже в современных языках и культурах – возьмем хотя бы британскую систему мер и весов – вероятно, происходит от количества фаланг на четырех пальцах (без большого пальца, потому что именно им производился подсчет).

Иногда в самых разных местах попадаются и экзотические системы счисления. В «Алисе в Стране Чудес» Льюиса Кэрролла Алиса, чтобы удостовериться, что она понимает, в каких странных обстоятельствах очутилась, говорит: «А ну-ка, проверю, помню я то, что знала, или нет. Значит так: четырежды пять – двенадцать, четырежды шесть – тринадцать, четырежды семь… Так я до двадцати никогда не дойду!» (Пер. Н. Демуровой). Знаменитый писатель-популяризатор математики Мартин Гарднер в своих комментариях к книге Кэрролла приводит остроумное объяснение такой необычной таблицы умножения, к которой прибегла Алиса, почерпнутое из книги А. Л. Тейлора «Белый рыцарь» (A. L. Taylor. The White Knight. L., 1952): «Для системы счисления, использующей как основание 18 (“восемнадцатеричная”), 4 ? 5 действительно равняется 12. В системе счисления с основанием 21 справедливо равенство 4 ? 6 = 13. Если продолжить эту прогрессию, каждый раз увеличивая основание на 3, то произведения будут увеличиваться на единицу, пока мы не дойдем до 20. Здесь впервые наш метод откажет: 4 ? 13 равняется не 20 (для системы чисел с основанием 42), а “1”, за которой будет следовать символ, играющий роль “10”» (Пер. Н. Демуровой). Эта гипотеза, несомненно, подкрепляется тем фактом, что Чарльз Доджсон, избравший себе псевдоним Льюис Кэрролл, был математиком и читал лекции в Оксфорде.

Наши числа – наши боги

Какие бы системы счисления, с какими бы основаниями ни применяли древние цивилизации, прежде всего, они понимали и усваивали множество целых (натуральных) чисел. Это прекрасно нам знакомые 1, 2, 3, 4… Когда люди сумели осознать, что эти числа – абстрактные понятия, им было уже несложно начать приписывать числам особые качества. По всему миру, от Греции до Индии, числа наделялись тайной властью. В некоторых древнеиндийских текстах утверждается, что числа практически божественны, обладают «природой Брамы». В этих манускриптах содержатся выражения, очень похожие на обожествление чисел, например, «слава единице». Подобным же образом знаменитый афоризм греческого математика Пифагора, о жизни и деятельности которого мы еще поговорим в ближайшем же будущем, гласит: «Все есть число». С одной стороны, подобная восторженность привела к значительному прогрессу в теории чисел, однако с другой – породила нумерологию, набор догм, согласно которым жизнь Вселенной во всех своих аспектах связана с числами и их индивидуальными свойствами. Для нумеролога числа – основа бытия, а их символические значения связаны с отношениями между небесами и деятельностью человека. Более того, если в священных писаниях упоминается то или иное число, это не может быть просто так, в любом числе есть потаенный смысл. Иногда нумерологические поветрия затрагивали целые страны. Например, в 1240 году христиане и иудеи Западной Европы ожидали пришествия некоего царя-мессии с Востока, поскольку так случилось, что 1240 год по христианскому календарю совпал с 5000 годом календаря иудейского. Не спешите отмахиваться от подобных всплесков эмоций – мол, все это наивная романтика, и подобное могло случиться лишь много веков назад: давайте вспомним, какая невероятная, смехотворная шумиха сопровождала конец минувшего тысячелетия.

Среди разновидностей нумерологии особняком стоит иудейская гематрия (вероятно, слово это родственно словосочетанию «геометрическое число» на древнегреческом) и ее исламский и греческий аналоги – хисаб аль-джумал («вычисление целого») и изопсефия (от греческого

??? «равный» и

???? «галька, камешек») соответственно. В этих системах числа приписываются каждой букве алфавита (обычно древнееврейского, древнегреческого, арабского или латинского). Если сложить числовые значения букв, составляющих слово, получаются новые слова или даже фразы, которые можно интерпретировать. Особенно распространена была гематрия в рамках иудейского мистического течения, так называемой каббалы, расцвет которой пришелся на XIII–XVIII века. Иудейские ученые зачастую поражали слушателей тем, что могли в точности повторить последовательность якобы случайных чисел, на произнесение которой уходило добрых десять минут. На самом же деле они переводили отрывок из Торы на числовой язык гематрии.

Один из самых ярких примеров нумерологии – 666, «число Зверя». «Зверем» принято считать Антихриста. В «Откровении Иоанна» (13:18) мы читаем: «Здесь мудрость. Кто имеет ум, тот сочти число зверя, ибо это число человеческое; число его – шестьсот шестьдесят шесть». Слова «это число человеческое» подвигли многих христианских мистиков на то, чтобы искать и выявлять исторических лиц, имена которых, согласно гематрии или изопсефии, имели значение 666. Среди прочих это были и Нерон Цезарь, и Диоклетиан – оба они преследовали христиан. Если написать «Нерон Цезарь» буквами древнееврейского алфавита – ??? ???? – и затем подсчитать их числовое значение согласно гематрии, получится (справа налево) 50, 200, 6, 50; 100, 60, 200 – то есть 666 в сумме. Подобным же образом, если сосчитать в имени императора Диоклетиана DIOCLES AVGVSTVS сумму значений тех букв, которые одновременно служат и римскими цифрами – D, I, C, L, V – получится опять же 666 (500 + 1 + 100 + 50 + 5 + 5 + 5). Очевидно, что все эти умозаключения не только надуманны, но и попросту ошибочны (например, чтобы вывести такое числовое значение слова «Цезарь», надо опустить из общепринятого написания одну букву с числовым значением 10).

Как ни поразительно, в 1994 году была «открыта» даже связь между числом зверя и золотым сечением (статья об этом опубликована в популярном журнале «Journal of Recreational Mathematics»). При помощи карманного калькулятора, где есть тригонометрические функции синус и косинус, можно вычислить значение выражения [sin 666° + cos (6 ? 6 ? 6)°]. Введите 666, нажмите клавишу [sin], сохраните это число, затем введите 216 (= 6 ? 6 ? 6), нажмите клавишу [cos] и сложите результат с тем числом, которое вы сохранили. Полученное число окажется довольно точным приближением к числу ? (с обратным знаком). Кстати, бывший президент США Рональд Рейган и его супруга Нэнси сменили номер своего дома в Калифорнии с 666 по Сент-Клод-роуд на 668, чтобы избежать ассоциаций с числом зверя; кроме того, кодом 666 открывался загадочный чемоданчик в фильме «Криминальное чтиво» Квентина Тарантино.

Очевидно, что мистическое отношение к целым числам зачастую связано с тем, что они проявляются в организме человека и животных и в космосе, каким его воспринимали древние культуры. Число 2, скажем, широко представлено не только в нашем теле – глаза, руки, ноги, ноздри, уши и пр.: у нас два пола, два основных светила – Солнце и Луна – и т. п. Далее, субъективное восприятие времени делится на прошлое, настоящее и будущее, а поскольку ось вращения Земли всегда направлена более или менее в одно место – примерно в сторону Полярной звезды (с небольшими отклонениями, о которых мы поговорим в главе 3) – у нас четыре времени года. Смена времен года отражает попросту то обстоятельство, что в течение года ориентация земной оси относительно солнца меняется. Чем ближе к перпендикуляру падают на Землю солнечные лучи, тем дольше день и выше температура. В целом числа во многих обстоятельствах служили своего рода посредниками между космическими явлениями и повседневной жизнью человека. Например, названия семи дней недели во многих языках, в том числе в английском, происходят от названий небесных тел, которые раньше совокупно считали планетами: Луны, Марса, Меркурия, Юпитера, Венеры, Сатурна и Солнца.

Конец ознакомительного фрагмента.
